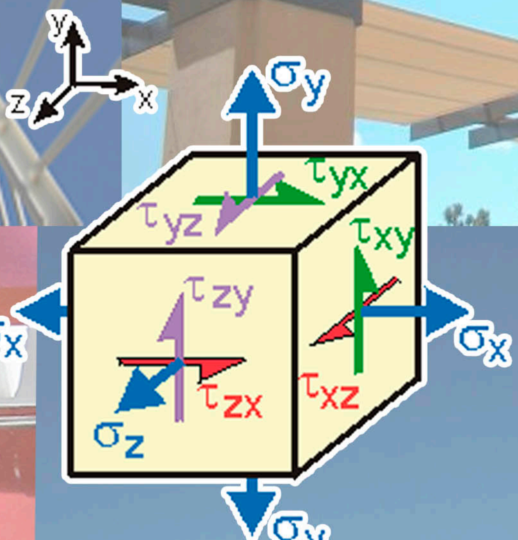
UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

Parcial I

RECOPILACIÓN DE PROBLEMAS

Mecánica de Materiales II

(MC-2142)



Recopilado, resuelto y tipeado en LaTeX

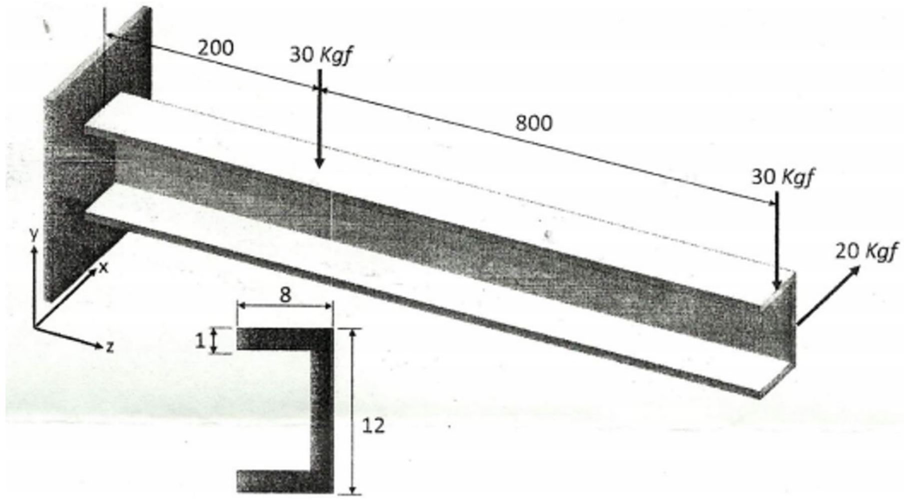
Erasmo A. Iñiguez B.

Ing. Mecánica. 14'

Primera revisión: Mayo 2017

0.1. Parciales resueltos. Primer Parcial

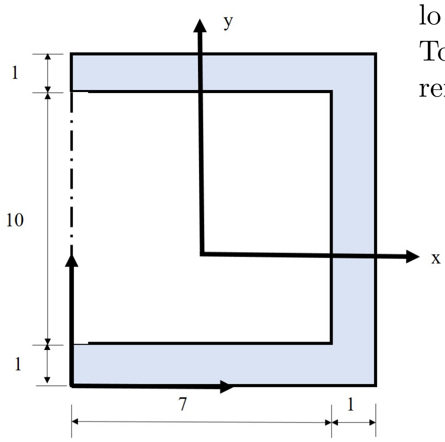
Problema 1. (PRIMER PARCIAL SD 2012) Para la viga que se muestra en la figura (Dimensiones en cm). Determine:



***** El esfuerzo máximo al cual está sometido la viga, indicar la sección críítica y los putos críticos considerados.

***** Señale la distribución de esfuerzos cortantes debido a las cargas solamente en dirección Y. Identificar cada uno de estos valores. **(NOTA: trabajar en Kgf,cm,seg)**

Solución: Primero encontremos las propiedades geométricas de la sección transversal de la viga, es decir buscaremos la inercia respecto a los dos ejes principales junto con su centroide.



Para ello tomaremos la pieza como una composición de un rectángulo grande de dimensiones 8x12cm y se le quita un rectángulo 7x10cm. Tomaremos las distancias de referencia medidas de un sistema de referencia auxiliar colocado en la esquina inferior izquierda de la sección

$$\overline{x} = \frac{A_1\overline{x_1} + A_2\overline{x_2}}{A_1 + A_2} = \frac{(8*12*4) - (7*10*3,5)}{96-70} \Rightarrow \overline{x} = 5,35cm$$

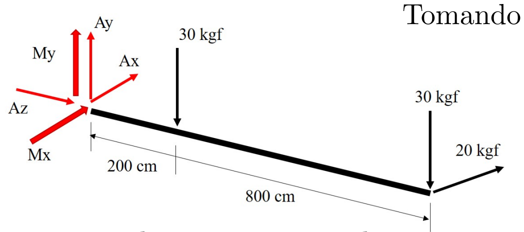
$$\overline{y} = \frac{A_1\overline{y_1} + A_2\overline{y_2}}{A_1 + A_2} = \frac{(8*12*6) - (7*10*6)}{96-70} \Rightarrow \overline{y} = 6cm$$

Luegos los momentos de inercia

$$I_x = \frac{1}{12}(8)(12)^3 - \frac{1}{12}(7)(10)^3 \Rightarrow I_x = 568{,}67cm^4$$

$$I_y = \frac{1}{12}(12)(8)^3 + (96)(5,35-4)^2 - \left(\frac{1}{12}(10)(7)^3 + (70)(5,35-3,5)^2\right) \Rightarrow I_y = 161,55cm^4$$

Una vez obtenidas las propiedades geométricas, procedemos a buscar las reacciones en el empotramiento de la viga.



Tomando sumatoria de fuerzas

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -30 - 30 + A_y = 0 \Rightarrow A_y = 60\text{kgf}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x = -20\text{kgf}$$

Tomando momentos en el eje x respecto al punto final de la viga, se tiene

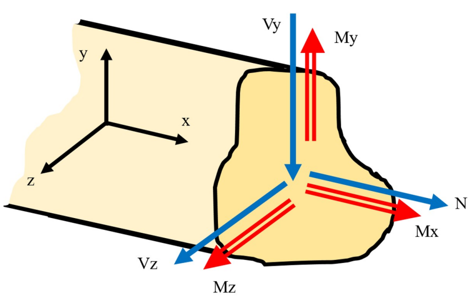
$$\Sigma M_x = 0 \Rightarrow -30(800) + A_y(1000) + M_x = 0 \Rightarrow M_x = -36000\text{kgf.cm}$$

Tomando momentos en el eje y respecto al punto final de la viga se tiene

$$\Sigma M_y = 0 \Rightarrow -1000(A_x) + M_y = 0 \Rightarrow M_y = -20000\text{kgf.cm}$$

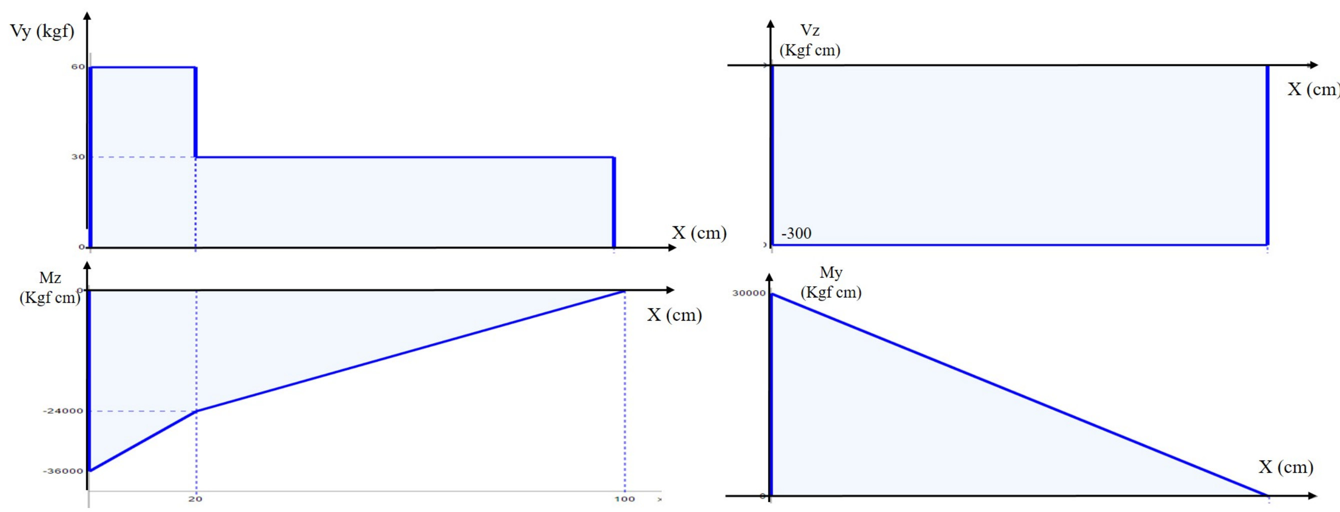
Una vez encontradas las reacciones debemos proceder a construir las gráficas de cortante y momento flector en los dos planos, para ello se identifican dos tramos de posibles discontinuidades en la viga.

Tramo AB: $0 < z < 200$ cm, y **Tramo BC:** $200 < z < 1000$ cm



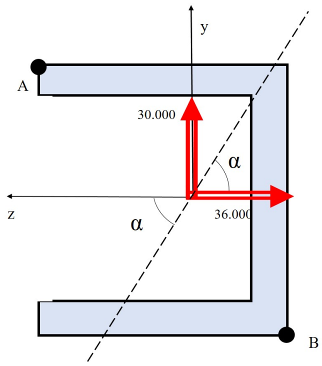
La principal dificultad esta en encontrar el signo correcto para las cargas internas de cortante y momento. Para seguir con la convención más común que se usó en el curso de Meca I y que se seguirá trabajando en Meca II. Cambiaremos momentaneámente el sistema de referencia convencional xyz (tal como se muestra en la figura), cuidando que en la presentación de los resultados

Con el sistema de referencia auxiliar utilizamos el método de secciones, de integración o gráfico para obtener los diagramas de corte y momento. Debido a que no tenemos cargas distribuidas, resulta muy rápido usar el método gráfico, siempre tomando en cuenta los signos de la convención que estamos utilizando.



Observemos que la sección más crítica de la viga estará en el empotramiento. Donde el momento, tanto en dirección Y como Z, toman sus valores máximos. Por lo tanto tendremos la sección con flexión oblicua en dos planos. Por lo tanto necesitamos encontrar la inclinación del eje neutro.

$$\tan\alpha = \frac{I_z}{I_y}\frac{M_y}{M_z} = \frac{568,67}{161,55}\frac{(30000)}{-36000} \Rightarrow \boxed{\alpha = -71,18^\circ}$$



Luego de conseguida la inclinación del eje neutro se puede apreciar que los puntos con mayor separación del eje son los puntos A y B, éstos serán los puntos a considerar para el análisis del esfuerzo de la viga. Considerando los puntos en el sistema de referencia auxiliar xyz, se tienen las coordenadas

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 5,35 \end{pmatrix} \text{cm} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -2,65 \end{pmatrix} \text{cm}$$

Luego tendremos los esfuerzos normales debido a los momentos flectores, en el punto A

$$\sigma_A = -\frac{M_z y_A}{I_z} + \frac{M_y z_A}{I_y}$$

$$\Rightarrow \sigma_A = -\frac{(-36000\text{Kgf.cm})(6\text{cm})}{568,67cm^4} + \frac{(30000\text{Kgf.cm})(5,35\text{cm})}{161,55cm^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_A = +1373,33\text{Kgf}/cm^2}$$

En el punto B

$$\sigma_B = -\frac{M_z y_A}{I_z} + \frac{M_y z_A}{I_y}$$

$$\Rightarrow \sigma_B = -\frac{(-36000\text{Kgf.cm})(-6\text{cm})}{568,67cm^4} + \frac{(30000\text{Kgf.cm})(-2,65\text{cm})}{161,55cm^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_A = -871,94\text{Kgf}/cm^2}$$

Luego el esfuerzo máximo de la sección de la viga ocurre en la sección para $z = 0$cm, en el punto A, que corresponde a un esfuerzo de tensión. En el sistema de referencia original, la dirección de este esfuerzo corresponde al eje z. Por lo tanto

$$\boxed{\sigma_{max\ z} = +1373,33\text{Kgf}/cm^2}$$

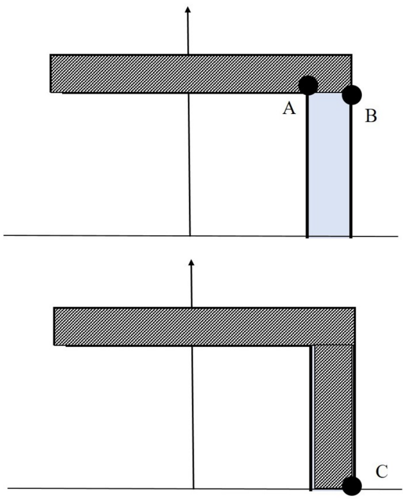
Para la segunda parte del problema, vamos a considerar el esfuerzo cortante debido a la fuerza en Y, la cual es máxima en el empotramiento. Es decir $V_y = 60$ Kgf. Recordemos que el esfuerzo cortante viene dado por la ecuación $\tau = \dfrac{VQ}{Ib}$

Donde Q representa el primer momento de inercia del **área cortada** y b representa el ancho del área cortada. Veamos que este esfuerzo es una función parabólica ya conocida, pero de donde nos interesa conocer sus valores críticos. Para la primera área cortada tenemos un área de $A_1 = 8\text{cm}^2$ y la posición del centroide respecto al sistema desde el eje neutro es $\overline{y_1} = 5,5$cm, por lo tanto $Q_1 = A_1\overline{y_1} = 44\text{cm}^3$

Pero para esta misma área se tienen dos valores distintos para el ancho b, uno en el punto A y otro en el punto B, entonces tendremos

$$\tau_A = \frac{V_y Q}{I_z b} = \frac{(60\text{Kgf})(44\text{cm}^3)}{(568,67\text{cm}^4)(8\text{cm})} \Rightarrow \tau_A = 0,58\text{Kgf/cm}^2$$

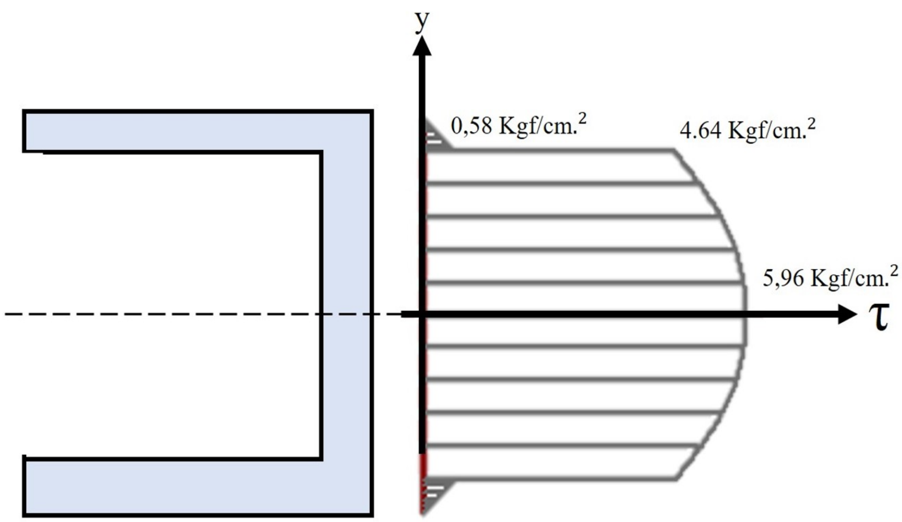
$$\tau_B = \frac{V_y Q}{I_z b} = \frac{(60\text{Kgf})(44\text{cm}^3)}{(568,67\text{cm}^4)(1\text{cm})} \Rightarrow \tau_B = 4,64\text{Kgf/cm}^2$$



Luego para la segunda área cortada, que será donde el esfuerzo cortante es máximo tendremos $Q_2 = Q_1 + (5)(2,5) \Rightarrow Q_2 = 56,5\text{cm}^3$ y para este caso tendremos un único valor del ancho de área cortada $b = 1\text{cm}$. Luego

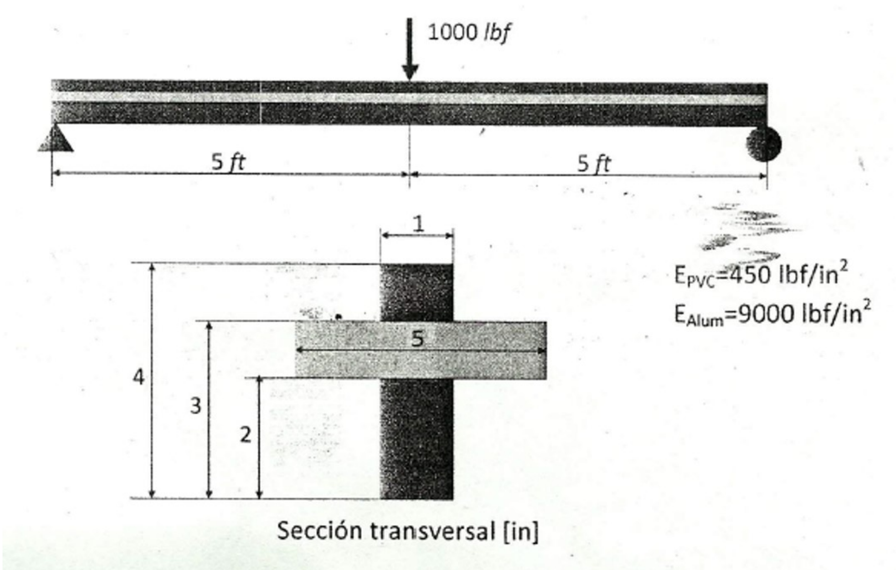
$$\tau_C = \frac{V_y Q}{I_z b} = \frac{(60\text{Kgf})(56,5\text{cm}^3)}{(568,67\text{cm}^4)(1\text{cm})} \Rightarrow \tau_C = 5,96\text{Kgf/cm}^2$$

Luego como sabemos que el esfuerzo cortante en la sección transversal de una viga tiene una distribución parabólica, se puede graficar la distribución del esfuerzo cortante en la sección, considerando el punto de discontinuidad en el cambio de anchura b, y como el punto de esfuerzo máximo, el centroide de la sección tranversal. Quedando así el siguiente gráfico



Quedando así terminado el problema.

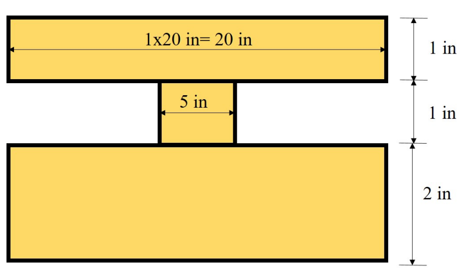
Problema 2 (PRIMER PARCIAL SD 2012) En la figura se muestra una viga compuesta por dos materiales, PVC reforzado con aluminio en su parte inferior y superior. Los módulos de elasticidad de cada uno de los materiales están repotados en la figura, así como las dimensiones de la sección transversal. Se desea calcular los esfuerzos normales en la sección, así como graficar la distribución de esfuerzos normales. **(NOTA: trabajar en lbf,in,seg)**



Solución: primero hallemos la relación entre los módulos de elasticidad, para ello se tomará como referencia el PVC (la referencia siempre se coloca en el denominador), entonces

$$n = \frac{E_{alum}}{E_{PVC}} = \frac{9000}{450} \Rightarrow n = 20$$

Por lo tanto ahora debemos transformar la sección transversal en un único material, para ello multiplicamos por 20 la anchura de los pedazos de la sección donde se encuentra el aluminio, quedando la sección



Busqemos las propiedades geométricas de esta nueva sección, es decir primero busquemos el centroide (en este caso sólo nos interesa la posición vertical ya que sólo tenemos cargas aplicadas en esa dirección y tendremos flexión en un sólo plano).

$$\overline{y} = \frac{A_1\overline{y_1} + A_2\overline{y_2} + A_3\overline{y_3}}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{(20 * 3,5) + (5 * 2,5) + (40 * 1)}{20 + 40 + 5}$$

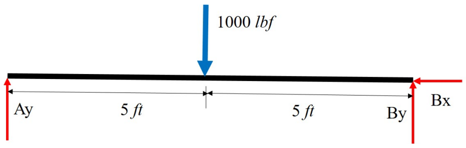
$$\Rightarrow \overline{y} = 1,885\text{in}$$

Luego busquemos la inercia respecto al eje horizontal, que llamaremos z

$$I_z = \frac{1}{12}(20)(1)^3 + (20)(1,885 - 3,5)^2 + \frac{1}{12}(5)(1)^3 + (5)(1,885 - 2,5)^2 + \frac{1}{12}(20)(2)^3 + (40)(1,885 - 1)^2$$

$$\Rightarrow I_z = 100,8\text{in}^4$$

Ahora debemos encontrar el momento máximo que ocurre en la viga, para ello debemos construir los diagramas de corte y momento, que en este caso se tiene una única carga y resulta bastante sencillo, primero iniciamos encontrando las reacciones en los soportes de la viga.



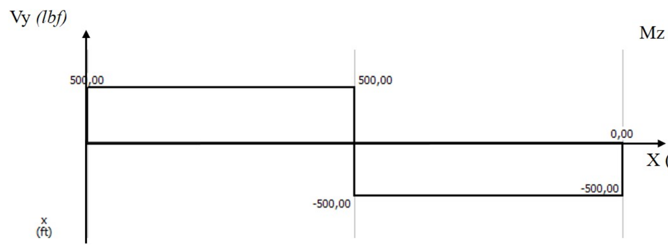
Tomando momentos en el punto A

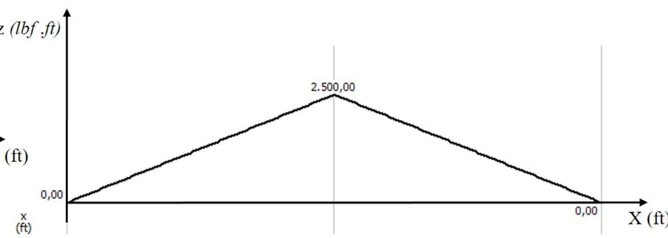
$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -5(1000) + 10B_y = 0 \Rightarrow B_y = 500lbf$$

Sumando en las fuerzas en horizontal, se obtiene directamente $B_x = 0$, luego en la dirección vertical

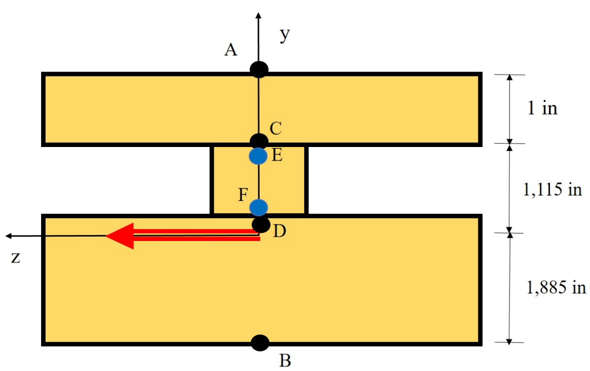
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + 500 - 1000 = 0 \Rightarrow A_y = 500lbf$$

Usando método gráfico (con la convención de signos que hemos venido trabajando en los ejercicios anteriores) construimos los diagramas de corte y momento y se obtienen los gráficos





La sección crítica de la viga será en el centro de la misma, donde $M_z = 2500lbf.ft$



Como se desea graficar la distribución de esfuerzos normales se necesita obtener el esfuerzo en 6 puntos de la viga, ya que en

- Los puntos A y B se tienen los máximos esfuerzos del aluminio.

- Los puntos C y D representan las discontinuidades de cambio de sección de aluminio a PVC.

- Los puntos E y F representan los puntos de máximo esfuerzo del PVC.

Calculemos los esfuerzos en A y B, recordando que estos puntos son de aluminio, por lo que debemos multiplicar el esfuerzo calculado por n

$$\sigma_A = -n\frac{M_z y_A}{I_z} = -20\frac{(2500)(12)lbf.in(2,115)\text{in}}{100,8\text{in}^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_A = -12589,3\text{ksi}}$$

$$\sigma_B = -n\frac{M_z y_A}{I_z} = -(20)\frac{(2500)(12)lbf.in(-1,885)\text{in}}{100,8\text{in}^4} \Rightarrow \boxed{\sigma_B = +11220,2\text{psi}}$$

Luego en los puntos de discontinuidad para el aluminio (C y D) **Recordar multiplicar el resultado obtenido por n**

$$\sigma_C = -n\frac{M_z y_A}{I_z} = -(20)\frac{(2500)(12)lbf.in(1,115)\text{in}}{100,8\text{in}^4} \Rightarrow \boxed{\sigma_C = -6636,9\text{psi}}$$

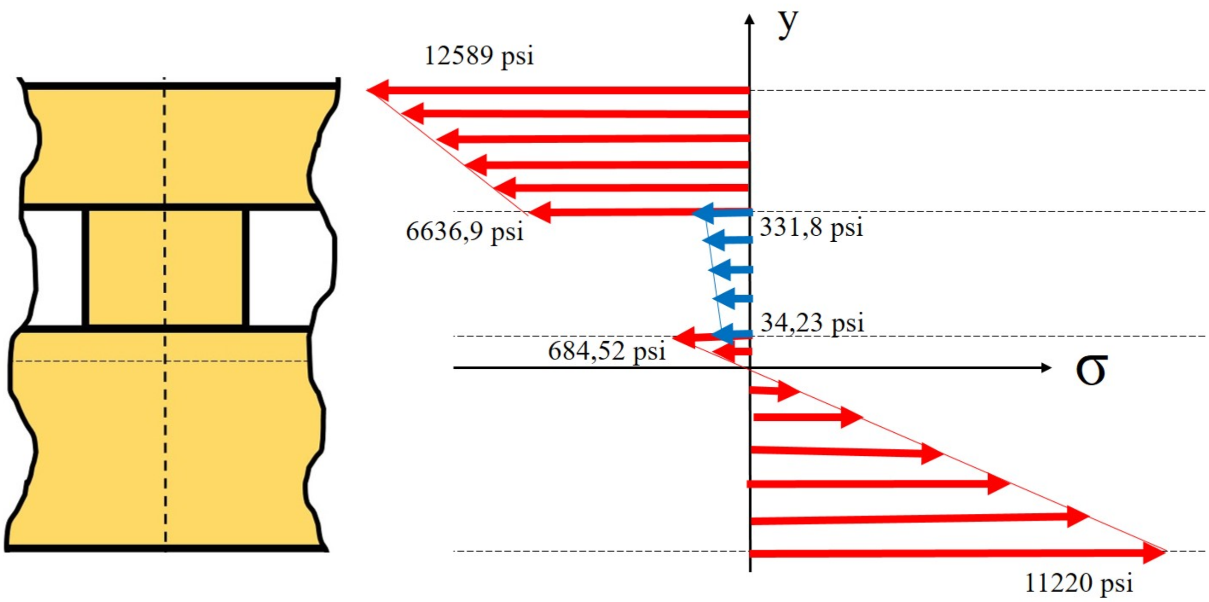
$$\sigma_D = -n\frac{M_z y_A}{I_z} = -(20)\frac{(2500)(12)lbf.in(-0,115)\text{in}}{100,8\text{in}^4} \Rightarrow \boxed{\sigma_D = +684,5\text{psi}}$$

Ahora buscamos los esfuerzos en los puntos críticos del PVC (E y F)

$$\sigma_E = -\frac{M_z y_A}{I_z} = -\frac{(2500)(12)lbf.in(1,115)\text{in}}{100,8\text{in}^4} \Rightarrow \boxed{\sigma_E = -331,8\text{psi}}$$

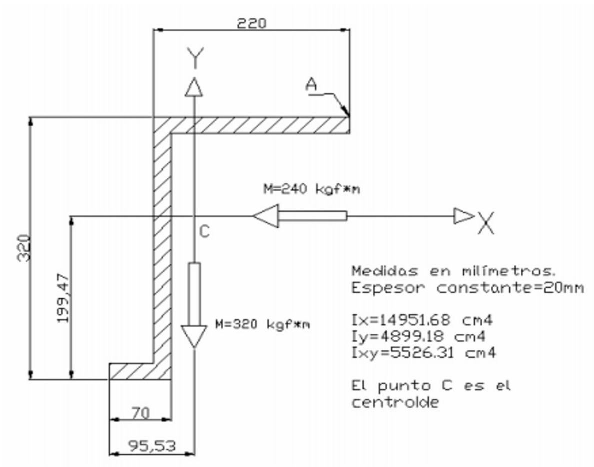
$$\sigma_F = -\frac{M_z y_A}{I_z} = -\frac{(2500)(12)lbf.in(-0,115)\text{in}}{100,8\text{in}^4} \Rightarrow \boxed{\sigma_F = +34,23\text{psi}}$$

Con estos 6 puntos de interés podemos construir claramente la distribución de esfuerzos (el cuál será un gráfico y vs σ), recordando que el esfuerzo en una viga, tiene una distribución lineal.



Con esto queda finalizado el problema

Problema 3. (PRIMER PARCIAL SD-2006) Calcule el esfuerzo en el punto A.



Solución: Tenemos un problema con una sección de viga asimétrica, además de tener flexión oblicua. Por lo tanto primero debemos calcular las propiedades geométricas de la sección, las cuales ya están dadas en el problema, conocemos las inercias y el producto de inercia, por lo tanto procedemos a encontrar el eje neutro, para ello debemos encontrar las inercias principales, las cuales se pueden encontrar usando dos métodos.

MÉTODO 1:
FÓRMULAS DE TRANSFORMACIÓN. Para ello aplicamos las fórmulas presentes en el formulario que nos permiten encontrar los valores de las inercias principales (**OJO: escoger las fórmulas siempre considerando la orientación de los ejes coordenados**), en este caso usamos las de xy.

Para la inclinación del sistema principal se tiene

$$\tan(2\theta_P) = \frac{-2I_{xy}}{I_x - I_y} = \frac{2(5526,31)}{14951,68 - 4899,18} \Rightarrow 2\theta_P = -47,71^\circ \Rightarrow \theta_P = -23,86^\circ$$

Luegos las inercias principales vienen dadas por

$$I_{1,2} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{Ix - Iy}{2}\right)^2 - I_{xy}^2} = \frac{14951,68 + 4899,18}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{14951,68 - 4899,18}{2}\right)^2 + (5526,31)^2}$$

Así, la inercia fuerte es $I_1 = 17395,59\text{cm}^4$ y la inercia débil $I_2 = 2455,27\text{cm}^4$, luego debemos encontrar las coordenadas del punto A en el nuevo sistema principal, para ello se conoce que en el sistema original $A = \begin{pmatrix} 174,47 \\ 120,53 \end{pmatrix}$ mm

Usando la ecuación de transformación de coordenadas (ver Formulario).

$$x' = x\cos\theta + y\sin\theta = (174,47)\cos(-23,86) + (120,53)\sin(-23,86) \Rightarrow x' = 110,8\text{mm}$$

$$y' = y\cos\theta - x\sin\theta = (120,53)\cos(-23,86) - (174,47)\sin(-23,86) \Rightarrow y' = 180,8\text{mm}$$

Luego falta transformar las coordenadas del momento flector

$$M = \begin{pmatrix} -240 \\ -320 \end{pmatrix} \text{Kgf.m}$$

Entonces

$$M'_x = M_x\cos\theta + M_y\sin\theta = (-240)\cos(-23,86) + (-320)\sin(-23,86) \Rightarrow M'_x = -90,05\text{Kgf.m}$$

$$M'_y = M_y\cos\theta - M_x\sin\theta = (-320)\cos(-23,86) - (-240)\sin(-23,86) \Rightarrow M'_y = -389,73\text{Kgf.m}$$

Con esto hemos logrados todas las transformaciones necesarias para poder aplicar las fórmulas tradicionales para el esfuerzo normal debido a la flexión, debemos tener cuidado que en este sistema de referencia cambia el signo de la fórmula de esfuerzo debido a M_x.

Entonces

$$\sigma_A = \frac{M'_x y'}{I'_x} - \frac{M'_y x'}{I'_y} = \frac{(-90,05)\text{Kgf.m}(0,1808\text{m})}{17395,59 * 10^{-8}\text{m}^4} - \frac{(-389,73)\text{Kgf.m}(0,1108)\text{m}}{2455,27 * 10^{-8}\text{m}^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_A = 1,67 * 10^6 \text{Kgf/m}^2}$$

Con esto queda concluido el problema, sin embargo se pudo haber obtenido todas las transformaciones sin haber recurrido al uso de fórmulas de transformación

MÉTODO 2: MATRIZ DE INERCIAS Y MATRIZ DE ROTACIÓN

Con este método se trabajará algo muy similar a lo que se buscará más adelante con la matriz de esfuerzos (en el segundo Parcial), que es encontrar las direcciones y esfuerzos principales.

Las inercias de una sección pueden ser escritas en una matriz simétrica de inercias, la cual tiene las propiedades de un tensor. Es decir para esta sección tenemos las inercias

$$I = \begin{bmatrix} 14951,68 & 5526,31 \\ 5526,31 & 4899,18 \end{bmatrix} \text{cm}^4$$

Si manejamos bien nuestra calculadora, como la HP50G, podemos encontrar los autovalores de esta matriz, los cuales representan las inercias principales, y además se pueden encontrar los autovectores, que en este caso representan las direcciones principales, al normalizarse.

Al introducir la matriz I en la calculadora y pedir los autovalores y autovectores se obtiene

$$I_1 = 17395,6 \quad \text{con autovector asociado} \quad v_1 = \begin{pmatrix} -0,914561 \\ -0,404448 \end{pmatrix}$$

$$I_2 = 2455,27 \quad \text{con autovector asociado} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0,404448 \\ -0,914561 \end{pmatrix}$$

Se identifica que I_1 es la inercia fuerte, por lo tanto será la inercia respecto al eje x', luego podemos normalizar el autovector asociado para obtener la dirección de este nuevo eje de referencia x', entonces siendo $v_1 = \begin{pmatrix} -0,914561 \\ -0,404448 \end{pmatrix}$, normalizado nos queda el mismo vector $v_1 = \begin{pmatrix} -0,914561 \\ -0,404448 \end{pmatrix}$

De la primera componente se lee directamente el coseno director del ángulo respecto al eje x.

$$\cos\alpha = -0,914561 \Rightarrow \alpha = -23,86°$$

Veamos que coincide exactamente con el encontrado anteriormente

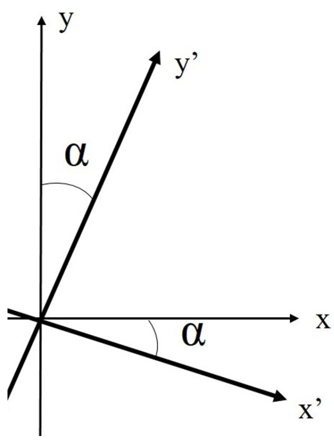
Lo único que faltaría es encontrar las coordenadas del punto A y las del momento en el nuevo sistema de referencia principal para ello debemos usar la matriz de rotación, que se construye como sigue. Graficamos la rotación del sistema principal respecto al sistema original.

Tomaremos los ejes y', y x' como si fueran dos vectores en el sistema de referencia y original y con las relaciones trigonométricas se buscan las respectivas componentes, entonces nos queda

$$x' = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -\sin\alpha \end{pmatrix} \quad y' = \begin{pmatrix} \sin\alpha \\ \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Luego estos dos vectores se agrupan en las filas de una única matriz que llamaremos T, que corresponde a la matriz de transformación.

$$T = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9145 & -0,4045 \\ 0,4045 & 0,914 \end{pmatrix}$$



Con esta matriz se logra la transformación de coordenadas de los puntos A y M usando el producto de matrices $A' = TA$, y $M' = TM$

Entonces

$$A' = \begin{pmatrix} 0,9145 & -0,4045 \\ 0,4045 & 0,914 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 174,47 \\ 120,53 \end{pmatrix} \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 110,8 \\ 180,8 \end{pmatrix}$$

Y para el momento

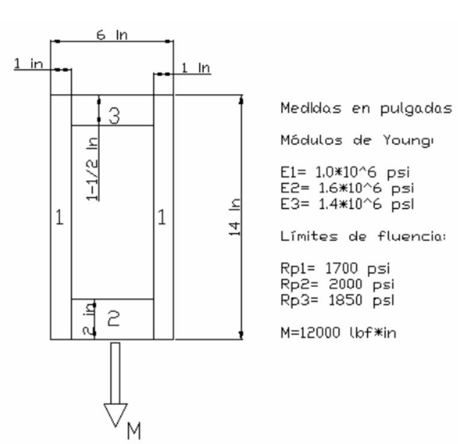
$$M' = \begin{pmatrix} 0,9145 & -0,4045 \\ 0,4045 & 0,914 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -240 \\ -320 \end{pmatrix} \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} -90,05 \\ -389,73 \end{pmatrix}$$

Luego con estos dos resultados podremos aplicar las fórmulas del esfuerzo colocadas anteriormente y queda terminado el problema.

NOTA: Es importante destacar que este método tiene como ventaja que evita equivocarse al usar las fórmulas de transformación de coordenadas que son especialmente confusas cuando el sistema de coordenadas xy se rota o se altera usando un yz. Con el uso de los autovalores y la matriz de rotación se logra construir paso a paso sin recordar fórmulas las herramientas que permiten resolver el problema. La única limitante de este método es el no contar con una calculadora que calcule directamente los autovalores y autovectores y permita realizar multiplicación de matrices, ya que el equivalente de hacerlo a mano sería más conveniente usar el método 1, con las fórmulas.

Problema 4 (PRIMER PARCIAL SD 2006)

Calcule los esfuerzos máximos en los tres materiales



Solución: Tenemos un problema de viga compuesta, para resolverlo debemos hacer una transformación en la sección transversal, es decir, necesitamos llevar la sección de tres materiales a una de un único material.

Tomamos como referencia el material 1 (esta referencia siempre se coloca en el denominador), entonces

$$n_2 = \frac{E_2}{E_1} = \frac{1,6}{1} \Rightarrow n_2 = 1,6$$

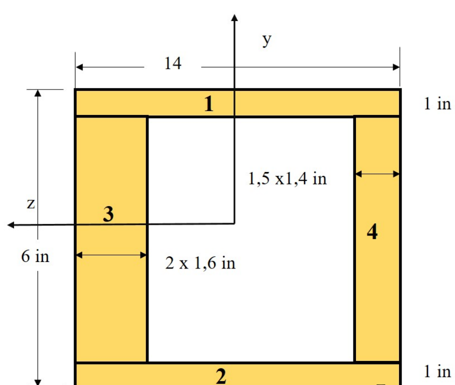
y por otro lado

$$n_3 = \frac{E_3}{E_1} = \frac{1,4}{1} \Rightarrow n_3 = 1,4$$

Debido a que la nueva sección resulta complicada de interpretar, y que en el problema no se especifica ningún sistema de referencia se puede fácilmente rotar la sección y colocarla en horizontal, quedando una sección mucho más fácil de modificar, ya que se tienen dos trozos de material 1 arriba y abajo, y sólo se modifica el ancho. Evitamos así que la sección quede con huecos entre los materiales.

Los trozos de material tendrán un ancho de $b_2 = 1,6(2) = 3,2$in, y el material 3 tendrá ancho dado por $b_3 = 1,4(1,5) = 2,1$in

Con esta nueva sección transformada buscamos sus propiedades geométricas. Primero el centroide en el eje vertical, ya que nos interesa estudiar el esfuerzo debido al momento flector (en dirección Z), con el sistema rotado.



$$\overline{y} = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3 + A_4y_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4}$$

$$\overline{y} = \frac{(14)(5,5) + (14)(0,5) + (12,8)(3) + (8,4)(3)}{14 + 14 + 8,4 + 12,8} \Rightarrow \boxed{\overline{y} = 3 \text{ in}}$$

(este resultado es bastante fácil de obtener sin cálculo tomando el hecho de que la sección tiene simetría respecto al eje horizontal, por lo tanto el centroide en y está en la mitad de la altura total)

Luego buscamos la inercia de cada trozo respecto al eje horizontal

$$I_{z_1} = \frac{1}{12}(14)(1)^3 + (14)(3-5,5)^2 = 86,667\text{in}^4$$

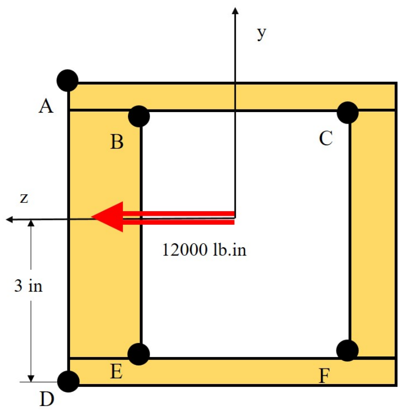
$$I_{z_2} = \frac{1}{12}(14)(1)^3 + (14)(3-0,5)^2 = 88,667\text{in}^4$$

$$I_{z_3} = \frac{1}{12}(3,2)(4)^3 = 17,067\text{in}^4$$

$$I_{z_4} = \frac{1}{12}(2,1)(4)^3 = 11,2\text{in}^4$$

Sumando las 4 inercias tenemos

$$I_z = 2(88,667) + 17,067 + 11,2 \Rightarrow \boxed{I_z = 205,601\text{in}^4}$$



Ahora busquemos los esfuerzos debido al momento flector aplicado de 12000 lb·in, para ello se tomarán en cuenta tres puntos críticos de cada material.

* **Para el material 1**, se considera el punto más alejado del eje neutro, es decir se tiene el punto A y D, que son equivalentes entre sí porque la sección es simétrica, tomamos cualquiera de ellos $y = +3$ in

* **Para el material 2**, se considera el punto más alejado del eje neutro (dentro de los límites donde existe el material), es decir se tiene el punto B y E $y = +2$ in

* **Para el material 3**, se considera el punto más alejado del eje neutro (dentro de los límites donde existe el material), es decir se tiene el punto C y F $y = +2$ in

Calculamos los esfuerzos

$$\sigma_A = -\frac{M_z y}{I_z} = -\frac{(12000)\text{lb}\cdot\text{in}(3)\text{in}}{205,601\text{in}^4} \Rightarrow \boxed{\sigma_A = -175,096\text{psi}}$$

Luego para el punto B debemos recordar multiplicar el esfuerzo obtenido por el factor n_2

$$\sigma_B = -n_2\frac{M_z y}{I_z} = -(1,6)\frac{(12000)\text{lb}\cdot\text{in}(2)\text{in}}{205,601\text{in}^4} \Rightarrow \boxed{\sigma_B = -186,770\text{psi}}$$

Para el punto C, debemos recordar multiplicar el resultad obtenido por el factor n_3

$$\sigma_C = -n_3\frac{M_z y}{I_z} = -(1,4)\frac{(12000)\text{lb}\cdot\text{in}(2)\text{in}}{205,601\text{in}^4} \Rightarrow \boxed{\sigma_C = -163,423\text{psi}}$$

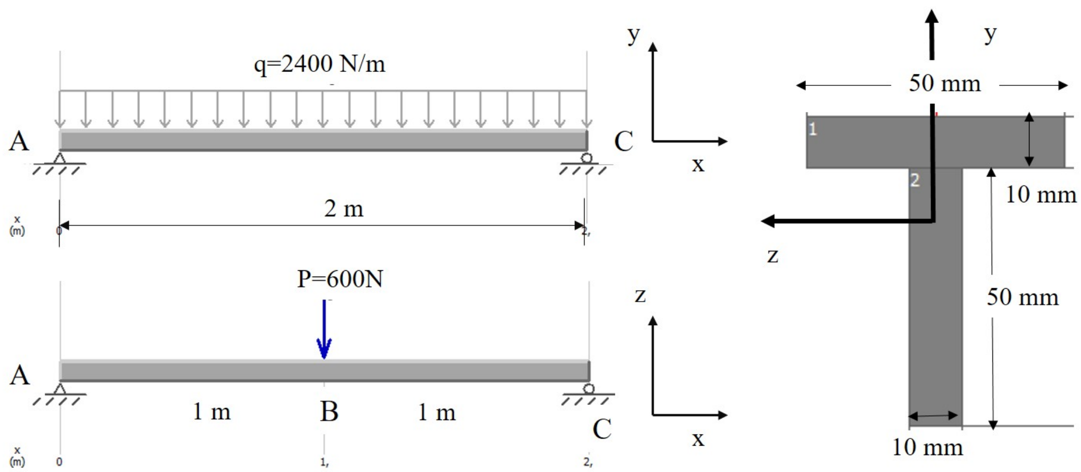
Estos tres resultados corresponden a los esfuerzos máximos que sufre cada material y por la simetría del problema es equivalente haberlos calculados a tensión y compresión ya que en ambos lados obtenemos el mismo resultado (en valor absoluto).

NOTA: Como variante de este ejercicio se puede intentar calcular el momento máximo al cual puede estar sometido la sección, esto se logra usando los límites de fluencia para cada material, y se selecciona el momento con menos valor absoluto. Esto queda como ejercicio.

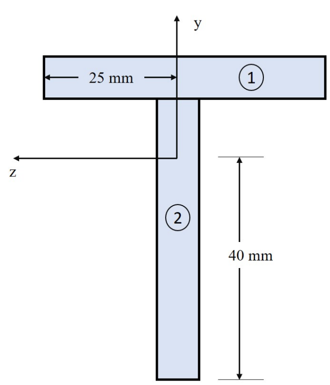
Problema 5. (PRIMER PARCIAL 2011) La viga **ABC** simplemente apoyada en sus extremos de longitud $L = 2$m, es mostrada en la figura. Esta presenta una carga vertical concentrada en el plano xy, distribuida a lo largo de **AC** de 2400 N/m y una carga concentrada en **B** contenida en el plano xz de 600 N. La figura también muestra las dimensiones de la sección transversal de la viga. Se pide:

a. Determinar el esfuerzo normal máximo que resulta en la configuración dada para la viga **ABC**.

b. Para un escenario donde la viga **ABC** se somete únicamente a la carga distribuida **q**, determinar la magnitud máxima de la carga actuante dada en N/m que puede soportar la viga para que no falle por esfuerzo cortante. El valor del esfuerzo admisible a corte del material es de 5MPa.



Solución: Busquemos las propiedades geométricas de la sección, el centroide en el eje horizontal debido a la simetría de la sección se ubica a 25mm del extremo izquierdo, entonces $\overline{z} = 25$mm, luego para la posición en la vertical tenemos



$$\overline{y} = \frac{A_1\overline{y}_1 + A_2\overline{y}_2}{A_1 + A_2} = \frac{(500)\text{mm}^2(55)\text{mm} + (500)\text{mm}^2(25)\text{mm}}{(500+500)\text{mm}^2(25)} \Rightarrow \overline{y} = 40\text{mm}$$

Luego busquemos las inercias respecto a los ejes cartesianos.

Respecto al eje vertical (eje y)

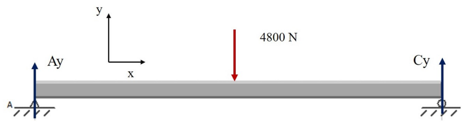
$$I_y = \frac{1}{12}(10)(50)^3 + \frac{1}{12}(50)(10)^3 \Rightarrow I_y = 108,33 \cdot 10^3\text{mm}^4$$

Respecto al eje horizontal (eje z)

$$I_z = \frac{1}{12}(50)(10^3) + (500)(40-55)^2 + \frac{1}{12}(10)(50)^3 + (500)(40-25)^2$$

$$\Rightarrow I_z = 333,33 \cdot 10^3\text{mm}^4$$

Ahora debemmos construir los diagramas de corte y momento para ello debemos encontrar las reacciones en los vínculos, los cuales podemos encontrar dividiendo el problema en dos planos (cuidando los signos de la convención utilizada).



Plano xy. Hacemos el DCL de la viga en este plano, en donde tendremos la reducción de la carga distribuida y las reacciones en los soportes. Tomando momentos en el punto A se tiene

$$M_z = 0 \Rightarrow -(4800) + 2C_y = 0 \Rightarrow \boxed{C_y = 2400\text{N}}$$

sumando las fuerzas en dirección vertical obtenemos $\boxed{A_y = 2400\text{N}}$

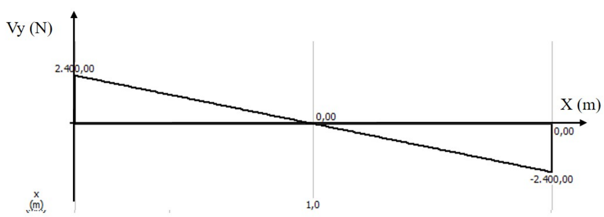
Luego para realizar los diagramas de corte y momento resulta inmediato usar el método gráfico ya que tenemos una fuerza distribuida linealmente que al integrarla se obtendrá la ecuación de una recta y para el momento se obtendrá una parábola. Es decir analíticamente tendremos

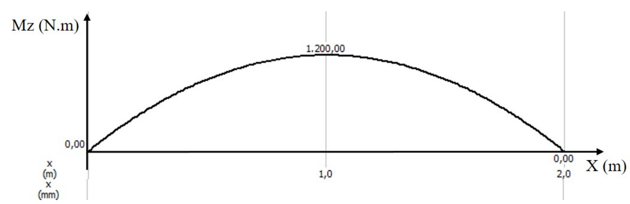
$$V_y(x) = \int q(x)dx + V_0 + V = \int -2400dx + 2400 \Rightarrow\Rightarrow V_y(x) = -2400x + 2400$$

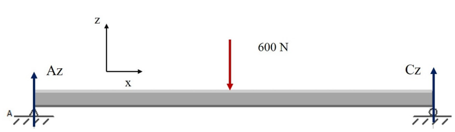
Para el momento

$$M_z(x) = \int V(x)dx + M_0 - M = \int (-2400x + 2400)dx \Rightarrow M_z = -1200x^2 + 2400x$$

Luego se obtienen los diagramas en este plano.







Plano xz. Hacemos el DCL de la viga en este plano, en donde tendremos la carga concentrada y las reacciones en los soportes. Tomando momentos en el punto A se tiene

$$M_z = 0 \Rightarrow -(600) + 2C_z = 0 \Rightarrow \boxed{C_z = 300\text{N}}$$

sumando las fuerzas en dirección vertical obtenemos $\boxed{A_z = 300\text{N}}$

Recordemos que para este plano según la convención de signos utilizada en el plano xyz según el sistema elegido, la cortante en z interna de la viga es positiva por lo tanto no podremos utilizar las fórmulas de integración anteriormente empleadas en el plano xy. Sin embargo haciendo la modificación de los signos se tiene.

TRAMO AB ($0 < x < 1$**m**)

$$V_z(x) = -\int q(x)dx + V_0 - V = -300 \Rightarrow V_z(x) = -300$$

Para el momento se tiene una forma similar

$$M_z(x) = \int V(x)dx + M_0 + M \Rightarrow M_z = -300x$$

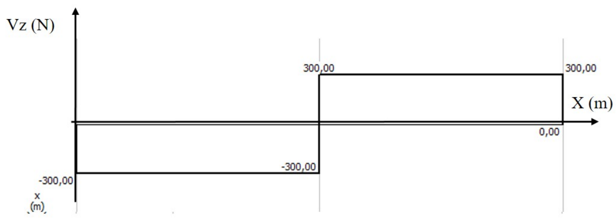
TRAMO BC ($1 < x < 2$**m**)

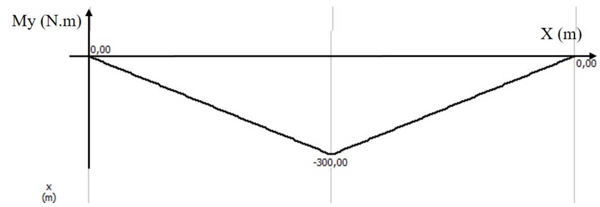
$$V_z(x) = -\int q(x)dx + V_0 - V = -300 - (-600) \Rightarrow V_z(x) = +300$$

Para el momento se tiene una forma similar

$$M_z(x) = \int V(x)dx + M_0 + M \Rightarrow M_z = 300x - 300$$

Luego se obtienen los diagramas en este plano.

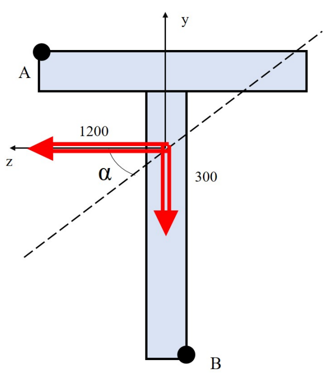




Tenemos en la sección $x = 1$m que $M_z = +1200$N·m y $M_y = -300$N·m, los cuales representan los valores máximos en ambos diagramas.

Por lo tanto la sección más crítica de la viga estará en $x = 1$m. Donde el momento, tanto en dirección Y como Z, toman sus valores máximos, es decir tendremos la sección con flexión oblicua (en dos planos). Por lo tanto necesitamos encontrar la inclinación del eje neutro.

$$\tan\alpha = \frac{I_z}{I_y}\frac{M_y}{M_z} = \frac{333,33}{108,33}\frac{(-300)}{1200} \Rightarrow \boxed{\alpha = -37,57^\circ}$$



Luego de conseguida la inclinación del eje neutro se puede apreciar que los puntos con mayor separación del eje son los puntos A y B, éstos serán los puntos a considerar para el análisis del esfuerzo de la viga. Considerando los puntos en el sistema de referencia, se tienen las coordenadas

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 20 \\ 25 \end{pmatrix} \text{mm} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 \\ -40 \\ -5 \end{pmatrix} \text{mm}$$

Luego tendremos los esfuerzos normales debido a los momentos flectores, en el punto A

$$\sigma_A = -\frac{M_z y_A}{I_z} + \frac{M_y z_A}{I_y}$$

$$\Rightarrow \sigma_A = -\frac{(1200\text{N}\cdot\text{m})(20 \cdot 10^{-3}\text{m})}{333,33 \cdot 10^{-9} m^4} + \frac{(-300\text{N}\cdot\text{m})(25 \cdot 10^{-3}\text{m})}{108,33 \cdot 10^{-9} m^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_A = -141,23\text{MPa (compresión)}}$$

En el punto B

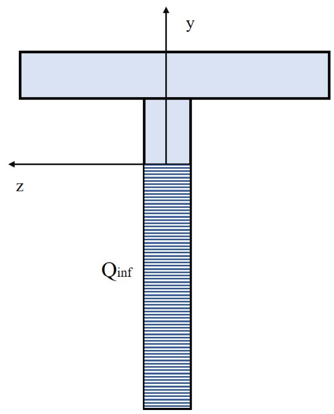
$$\sigma_B = -\frac{M_z y_B}{I_z} + \frac{M_y z_B}{I_y}$$

$$\Rightarrow \sigma_B = -\frac{(1200\text{N}\cdot\text{m})(-40 \cdot 10^{-3}\text{m})}{333,33 \cdot 10^{-9} m^4} + \frac{(-300\text{N}\cdot\text{m})(-5 \cdot 10^{-3}\text{m})}{108,33 \cdot 10^{-9} m^4}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_B = +157,86\text{MPa (tensión)}}$$

Luego el esfuerzo máximo de la sección de la viga ocurre en la sección para $x = 1$m, en el punto B, que corresponde a un esfuerzo de tensión. En el sistema de referencia escogido, la dirección de este esfuerzo corresponde al eje x. Por lo tanto

$$\boxed{\sigma_{max\ x} = +141,23\text{MPa}}$$



Ahora para la segunda parte, si sólo se aplica la carga en el plano xy, tendremos la carga distribuida q, que según nuestro diagrama de cortante alcanza su valor máximo en los extremos de la viga, es decir $V_{max} = q$ (recordemos que para esta parte la carga no tiene valor definido).

Entonces según la distribución del esfuerzo cortante, siempre se tendrá su valor máximo en el centroide de la sección transversal, pero para determinar el esfuerzo cortante tenemos I_z y V, pero para el primer momento de inercia Q, tenemos dos maneras de calcularlo, debido a que el valor en el centroide del esfuerzo cortante es único, podremos buscar su valor calculando el Q de la parte cortada superiormente o inferiormente, por cuestiones de simplicidad, resulta mucho más fácil calcular el Q del área inferior, el cual viene dado por

$$Q_{inf} = A_{cort}\overline{y}_{cort} = (400)\text{mm}^2(-20)\text{mm} = -8000\text{mm}^3$$

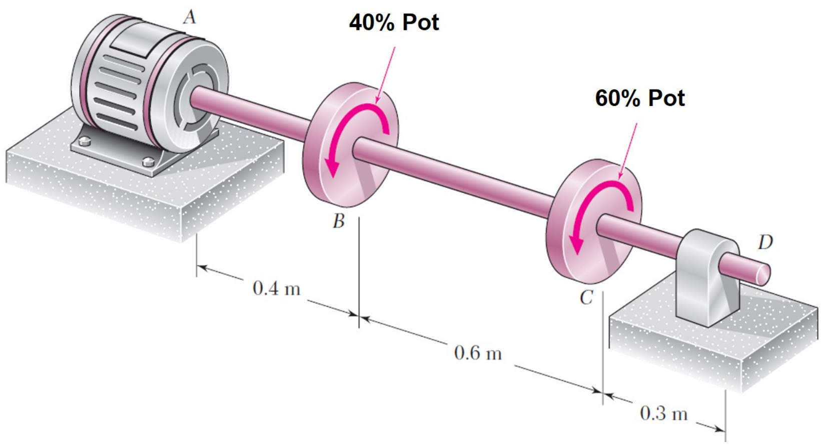
Pero como nos interesa sólo encontrar la magnitud de la carga distribuida podemos tomar los valores absolutos de todas las cantidades, entonces

$$\tau_{adm} = \frac{V_{max}Q}{Ib} = \frac{q(8000)(10^{-9})\text{m}^3}{(333,33 \cdot 10^{-9})\text{m}^4(10 \cdot 10^{-3})\text{m}} = 5 \cdot 10^6\text{Pa} \Rightarrow \boxed{q = 2083,31\text{N/m}}$$

Problema 6. (PRIMER PARCIAL 2011) El motor eléctrico mostrado en la Figura, transmite una potencia de 135HP a través del eje de acero ($G = 77\text{GPa}$) AECD de forma tal que el engranaje B absorbe el 40 % de la misma y el engranaje en C absorbe el 60 % restante mientras gira a una velocidad constante de 1200rpm. El apoyo en D es un cojinete liso. Por especificaciones en el diseño se requiere que

* Todo el eje sea macizo y de sección constante.
* El ángulo de torsión entre A y D no exceda $1,5°$.
* El esfuerzo máximo actuante no supere el esfuerzo admisible a corte del material de 60MPa.

Determine el diámetro mínimo del eje que puede ser utilizado para que se cumplan todas las exigencias del diseño. (NOTA:1 HP de potencia es equivalente a 745 Watts).



Solución: Primero encontramos el torque entregado por el motor, para ello recordemos que el torque viene dado por la fórmula

$$T = \frac{P}{\omega} = \frac{135\text{HP}\left(\dfrac{745\text{W}}{1\text{HP}}\right)}{1200\text{ rpm}\left(\dfrac{2\pi}{1\text{rev}}\right)\left(\dfrac{1\text{min}}{60\text{s}}\right)} \Rightarrow T = 800,35\text{N}\cdot\text{m}$$

Entonces en los engranajes B y C, tendremos $T_B = 0{,}4T \Rightarrow \boxed{T_B = 320,14\text{N}\cdot\text{m}}$ y $T_C = 0{,}6T \Rightarrow \boxed{T_C = 480,21\text{N}\cdot\text{m}}$

Luego necesitamos construir el diagrama de torsión, para ello aplicando la convención de signos (tomando el sistema de referencia xyz, se tiene T positivo hacia la derecha) hacemos cortes en cada uno de los tramos del eje para encontrar el torque interno.

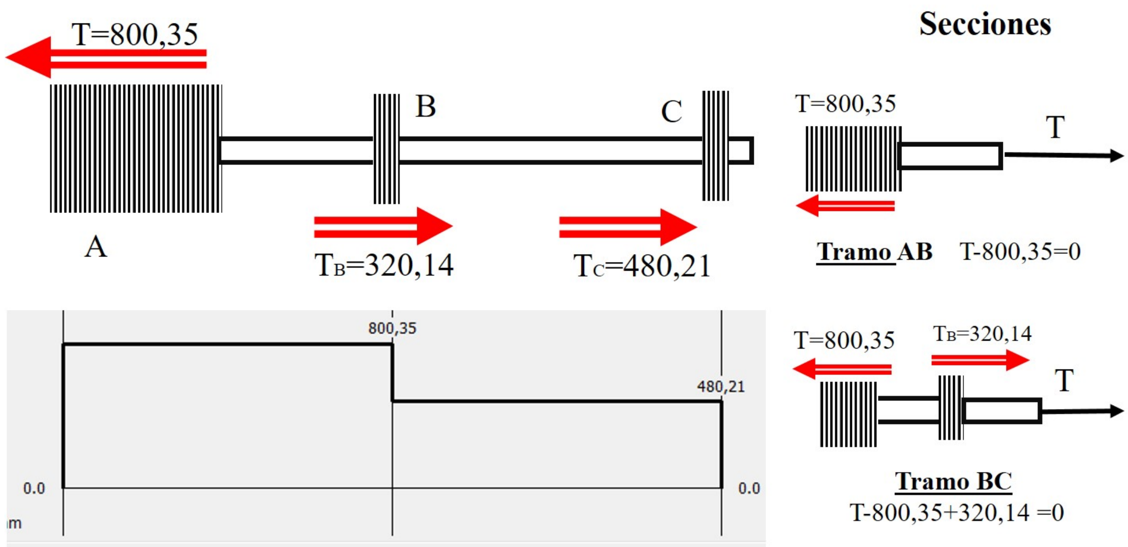
Recordemos que los torques de los engranajes tienen sentidos antihorario (positivo en x) y el torque que entrega el motor tiene sentido contrario (negativo en x). Por lo tanto aplicando el método de las secciones (como se muestra en la figura) se obtiene el diagrama de torsión siguiente.

Donde fácilmente se identifica que el torque máximo ocurre en el tramo AB $T_{max} = 800,35\text{N}\cdot\text{m}$.

Por cuestion de simplicidad podemos ignorar el tramo CD, ya que en este tramo al aplicar el método de las secciones nos encontraremos que el torque interno es nulo, por lo que el tramo CD no es objeto de estudio para diseñar el eje, ya que es un tramo ”muerto”.

Ahora nos toca diseñar el eje en base a los dos criterios planteados.

1. Esfuerzo admisible, sabemos que el esfuerzo de corte debido a una carga de torsión viene dada por la ecuación



$$\tau = \frac{Tr}{J} \text{ donde } J = \frac{\pi}{2}r^4 = \frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{2}\right)^4 \Rightarrow J = \frac{\pi}{32}d^4$$

Entonces

$$\tau = \frac{Td}{2\left(\frac{\pi d^4}{32}\right)} = \frac{16T}{\pi d^3} \Rightarrow \tau_{adm} = \frac{16T}{\pi d^3} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{adm}}} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16(800,35)\text{N}\cdot\text{m}}{\pi(60\cdot 10^6)\text{Pa}}} \Rightarrow d_{min} = 0,0408\text{m}$$

Por lo tanto para que no falle por esfuerzo se tiene $\boxed{d_{min} = 40,8\text{mm}}$

2. Ángulo de torsión máximo: Se tiene como segundo criterio que el ángulo de torsión entre A y D no debe exceder de $\theta_{AD} = 1,5°$, entonces tomamos los desplazamientos angulares entre A y B.

$$\theta_{AD} = \int_A^D \frac{T(x)dx}{J(x)G} = \frac{T_{AB}L_{AB}}{JG} + \frac{T_{BC}LBC}{JG} + \frac{T_{CD}L_{CD}}{JG} \Rightarrow \theta_{AD}JG = T_{AB}L_{AB} + T_{BC}L_{BC}$$

$$\Rightarrow \theta_{AD}\frac{\pi G d^4}{32} = T_{AB}L_{AB} + T_{BC}L_{BC} \Rightarrow d = \sqrt[4]{\left(\frac{T_{AB}L_{AB} + T_{BC}L_{BC}}{\theta_{AD}G}\right)\frac{32}{\pi}}$$

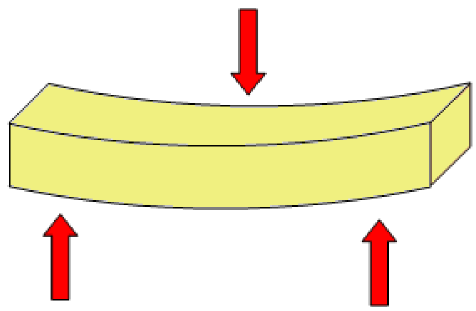
Recordemos pasar el ángulo a radianes $\theta_{AD} = 1,5°\frac{\pi}{180°} = 0,02618\text{rad}$
Entonces

$$d = \sqrt[4]{\left(\frac{(800,35)\text{N}\cdot\text{m}(0,4)\text{m} + (480,21)\text{N}\cdot\text{m}(0,6)\text{m}}{(0,02618)(77\cdot 10^9)\text{Pa}}\right)\frac{32}{\pi}} \Rightarrow \boxed{d_{min} = 41{,}87\text{mm}}$$

Como se deben garantizar que se cumplan los dos requerimientos debemos seleccionar el diámetro mayor es decir. Finalmente

$$\boxed{d_{min} = 41{,}87 \Rightarrow d_{min} = 42\text{mm}}$$

0.2. Recopilación



PROBLEMAS PROPUESTOS PRIMER PARCIAL.

Los siguientes problemas son una recopilación tomada de las siguientes fuentes:

[1] **Hibbeler, R. C.** Mecánica de Materiales, 8va. Ed., Prentice-Hall Hispanoamericana, 2011.

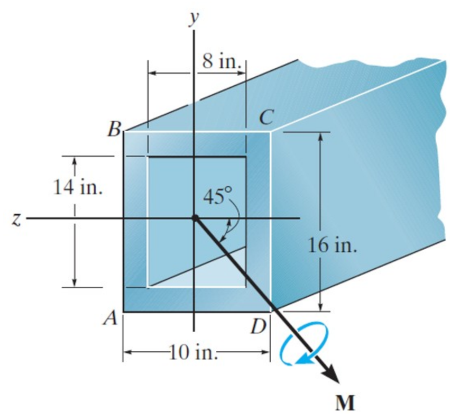
[2] **Gere, J. M. y Timoshenko, S. P.** Mecánica de Materiales, 7ma. Ed., Cengage Learning Editores, S.A. de C.V., 2009.

[3] **Beer F.P., Johnston, E. R. y DeWolf, J. T.** Mecánica de Materiales, 5ta. Ed., McGraw-Hill Interamericana, 2009.

Nota: Puede que algunos de los enunciados hayan tenido que ser modificados con el fin de ajustar el problema a la metodología de trabajo y exigencias de este curso, sobre todo sucede en los problemas de secciones asimétricas.

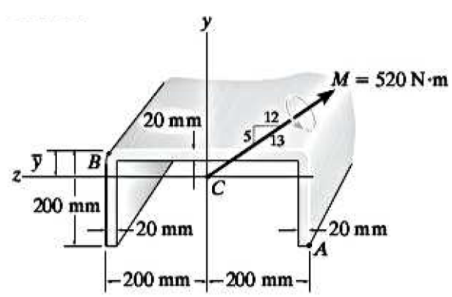
Flexión oblicua

6.110 (Hibbeler) Determine la magnitud máxima de momento flexionante **M** que puede aplicarse a la viga de modo que el esfuerzo flexionante no exceda de 12 ksi.



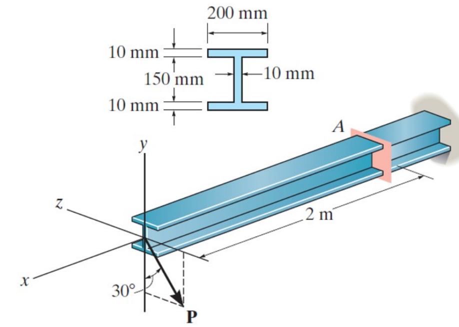
Resp: $M = 119$kip·pie

6.112 El momento interno resultante que actúa sobre la sección transversal del puntal de aluminio tiene una magnitud de $M = 520$ N ·m y está dirigido como se muestra en la figura. Determine el esfuerzo flexionante máximo en el puntal. Para ello, debe determinarse la ubicación del $\overline{y}$ del centroide C del área transversal. Además, especifique la orientación del eje neutro.



Resp: $\overline{y} = 57{,}4$mm, $\sigma_B = +0{,}587$MPa, $\alpha = -3{,}74°$

6.116 La viga de acero en voladizo con perfil en I de ala ancha está sometida a la fuerza concentrada **P** en uno de sus extremos. Determine la mayor magnitud de esta fuerza de modo que el esfuerzo flexionante desarrollado en A no supere $\sigma_{perm} = 180$MPa. **Extra:** Determine el esfuerzo flexionante máximo

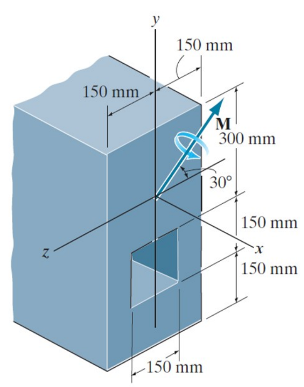


desarrollado en la sección A de la viga suponiendo que la fuerza P, tiene módulo $P = 600$N.

AYUDA: recodar descomponer la fuerza P en sus dos componentes y realizar los diagramas de momento flector. La viga está empotrada en su extremo derecho.

Resp: $P = 14{,}2$kN, $\sigma_A = 7{,}60$MPa.

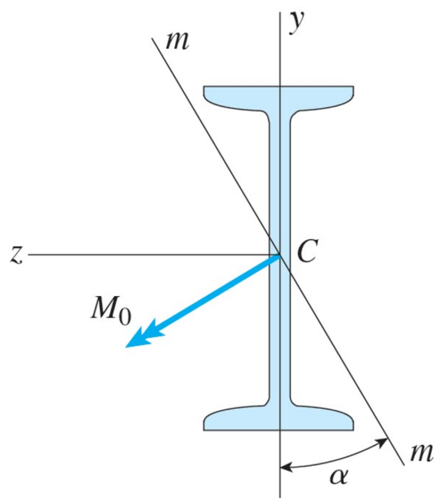
6.119 Si la viga está fabricada de un material que tiene un esfuerzo permisible en tensión y compresión de $(\sigma_{perm})_t = 125$MPa y $(\sigma_{perm})_c = 150$MPa, respectivamente, determine el momento interno **M** máximo permisible que puede aplicarse en la viga.



Resp: $M = 1183$kN·m

DESAFÍO 6.4.8 (Gere) Una viga de acero con perfil I (consulte la figura) está simplemente apoyada en los extremos, donde actúan dos momentos flexionantes M_0 iguales y en sentidos opuestos, de manera que la viga está en flexión pura. Los momentos actúan en el plano mm, que está orientado a un ángulo α con respecto al plano xy. Determine la orientación del eje neutro y calcule el esfuerzo de tensión máximo σ_{max} debido a los momentos M_0.

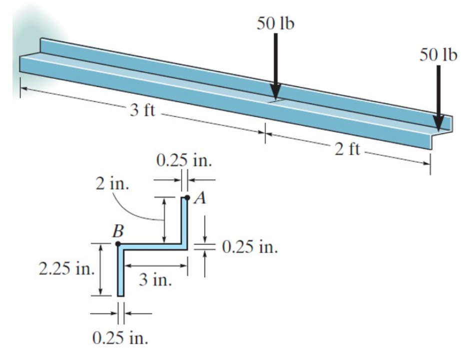
Los datos para la viga son los siguientes: perfil S 200 x 27.4, $M_0 = 4$kN·m y $\alpha = 24°$. (Nota: consulte la tabla E2.b del apéndice E para obtener las dimensiones y propiedades de la viga.)



Resp: $\sigma_{max} = 69,4$MPa, $\beta = -81,8°$

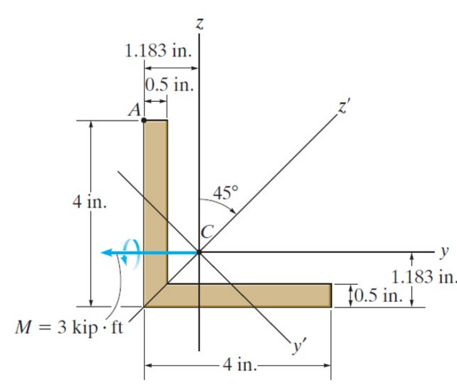
Sección asimétrica

6.115 (Hibbeler) La viga en voladizo está hecha con una sección en Z que tiene el área transversal mostrada en la figura. Si soporta las dos cargas, determine el esfuerzo flexionante máximo al cuál esta sometida la sección crítica de la viga. Tomar el extremo izquierdo como un empotramiento.



Resp: $\sigma_A = 8{,}95$ksi

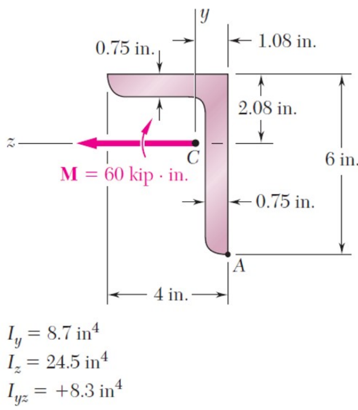
6.126 Determine el esfuerzo máximo al cual está sometida la sección transversal de una viga. Determine las inercias respecto al sistema original y al sistema principal, así como la orientación del eje neutro.



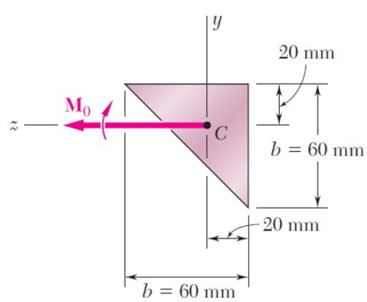
Resp: $\sigma_A = 21$ksi

4.139 (Beer) El par **M** actúa en un plano vertical y se aplica a una viga orientada como se muestra en la figura. Determine el esfuerzo en el punto A.

Resp:



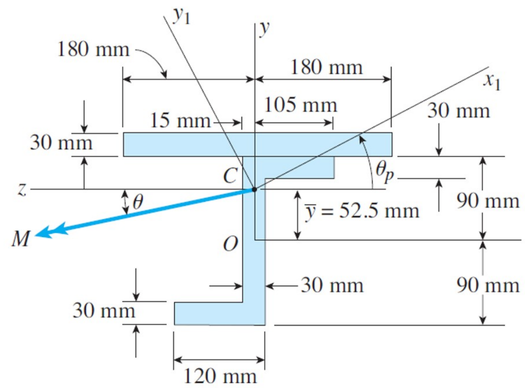
4.150 Una viga que tiene la sección tranversal que se muestra en la figura se somete a una par M_0 que actuá en un plano vertical. Determine el máximo valor permisible del momento M_0 del par si el esfuerzo máximo no debe exceder 100MPa. Datos $I_y = I_z = b^4/36$ e $I_{yz} = b^4/72$.



Resp: $M_0 = 900\text{N·m}$

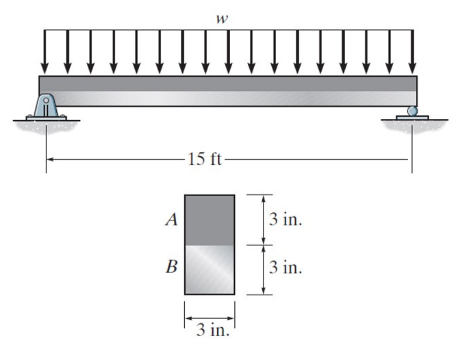
DESAFÍO 6.5.8 (Gere) En la figura se muestra la sección transversal de una viga de acero que está sometida a un momento flexionante M que tiene su vector a un Ã¡ngulo θ con respecto al eje z. Determine la orientación del eje neutro y calcule el esfuerzo de tensión máximo σ_t y el esfuerzo de compresión máximo σ_c en la viga. Suponga que $\theta = 22{,}5°$ y M=4.5kN·m. Utilice las siguientes propiedades de la sección: $Ix1 = 93{,}14 \cdot 10^6\text{mm}^4$, $I_{y1} = 152{,}7 \cdot 10^6\text{mm}^4$ y $\theta_P = 27{,}3°$.

Resp: $\beta = 2,92°$, $\sigma_t = 6,56\text{MPa}$, $\sigma_c = -6,54\text{MPa}$



Vigas compuestas

6.130 El segmento A de la viga compuesta está fabricada de una aleación de aluminio 2014-T6 ($E_{al} =$ 10600ksi) y el segmento B es de acero A-36 ($E_{ac} =$ 29000ksi). Si el esfuerzo flexionante permisible para el aluminio y el acero es $(\sigma_{perm})_{al} = 15$ksi y $(\sigma_{perm})_{ac} = 22$ksi, determine la intensidad máxima permisible w de la carga uniformemente distribuida.



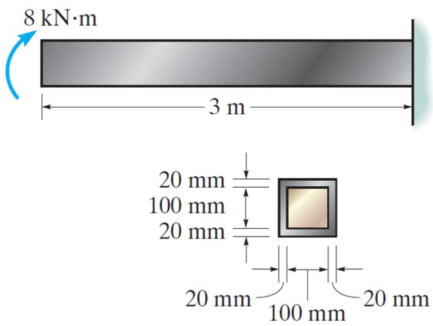
Resp: $w = 1{,}02\text{kip/ft}$.

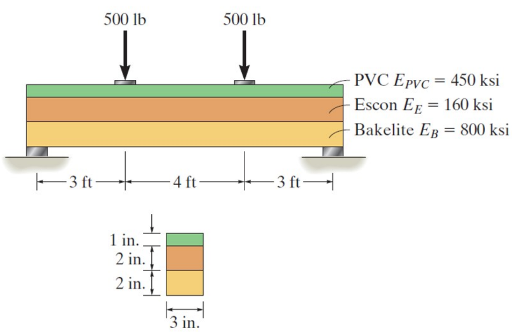
6.134 El elemento tiene un núcleo de latón unido a una fundición de acero. Si se aplica un momento de 8kN·m en su extremo libre, determine el esfuerzo flexionante máximo en el elemento. $E_{br} = 100$GPa, $E_{ac} = 200$GPa.

Resp: $\sigma = 20{,}1\text{MPa}$

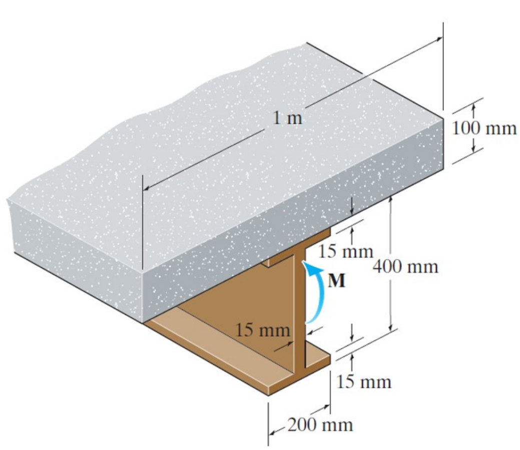
6.139 La viga está fabricada de tres tipos de plástico que se identifican y tienen los módulos de elasticidad mostrados en la figura. Determine el esfuerzo máximo en el PVC.

Resp: $\sigma = 1,53\text{ksi}$





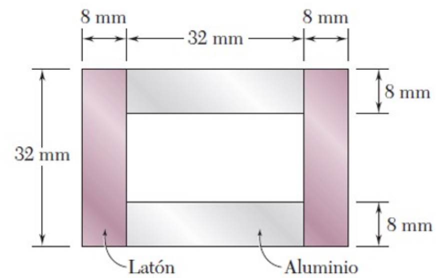
6.140 La losa para piso está fabricada de concreto (E_{con} = 22,1GPa) de baja resistencia e incluye una viga de perfil I de ala ancha, de acero A-36 (E_{ac} = 200GPa) unida mediante pernos de corte para formar la viga compuesta. Si el esfuerzo flexionante permisible para el concreto es $(\sigma_{perm})_{con}$ = 10MPa y el esfuerzo flexionanante permisible para el acero es $(\sigma_{perm})_{ac}$ = 165MPa, determine el momento interno máximo permisible **M** que puede aplicarse en la viga.



Resp: $M = 330$kN·m

4.187 (Beer) Una barra que tiene la sección transversal mostrada en la figura se ha formado al unir fuertemente piezas de latón y aluminio. Con los datos que se presentan a continuación, determine el momento flector máximo permisible cuando la barra compuesta se flexiona alrededor de un eje horizontal.

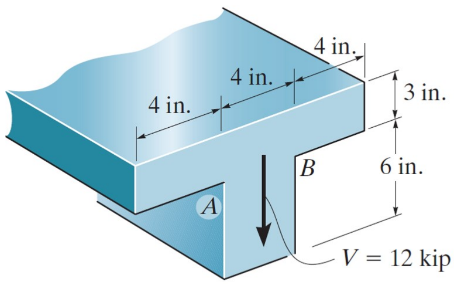
	Aluminio	Latón
Módulo de elasticidad	70 GPa	105 GPa
Esfuerzo permisible	100 MPa	160 MPa



Resp: $M = 1{,}578$kN·m

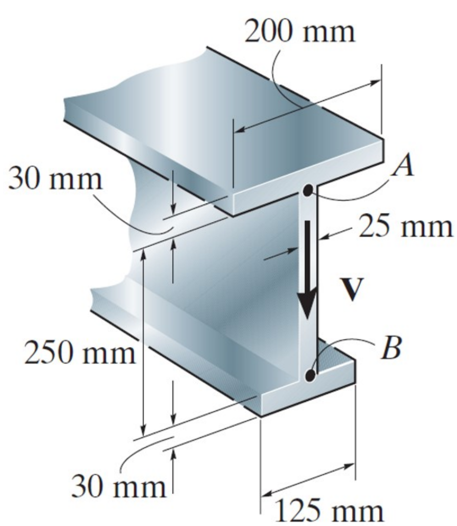
Esfuerzo cortante

7.4 Si la viga en T se somete a una fuerza cortante vertical de $V = 12$kip, determine el esfuerzo cortante máximo en la viga. Además, calcule el salto del esfuerzo cortante en la unión AB del ala con el alma. Trace la variación de la intensidad del esfuerzo cortante sobre toda la sección transversal.



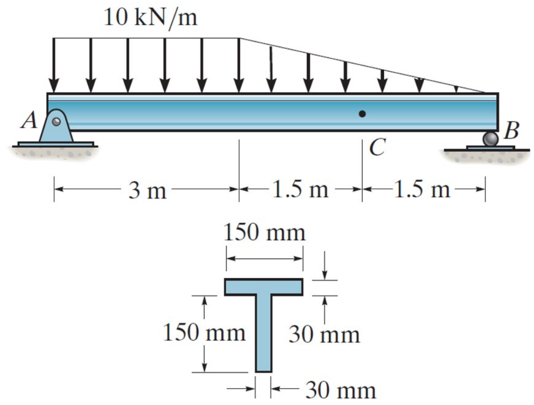
Resp: $\tau_{max} = 0{,}499$ksi, $(\tau_{AB})_U = 0{,}166$ksi $(\tau_{AB})_D = 0{,}499$ksi

7.6 Si la viga se somete a una fuerza cortante $V = 15$kN, determine el esfuerzo cortante del alma en A y B. Indique las componentes del esfuerzo cortante sobre un elemento de volumen ubicado en estos puntos. Demuestre que el eje neutro se ubica en $\overline{y} = 0{,}1747$ desde la parte inferior e $I = 0{,}2182(10^{-3})m^4$



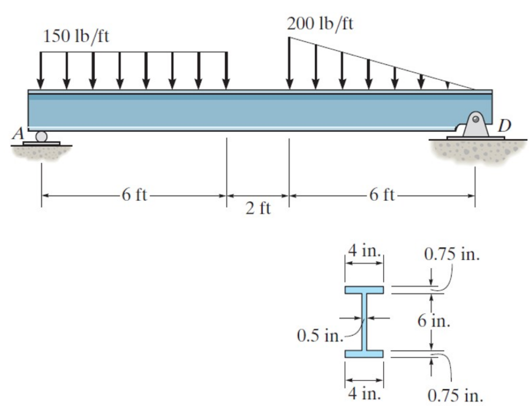
Resp: $\tau_A = 1{,}99$MPa, $\tau_B = 1{,}65$MPa.

7.24 Determine el esfuerzo cortante máximo que actúa sobre la viga T, en la sección crítica donde la fuerza cortante interna es máxima.



Resp: $\tau_{max} = 7{,}33$MPa

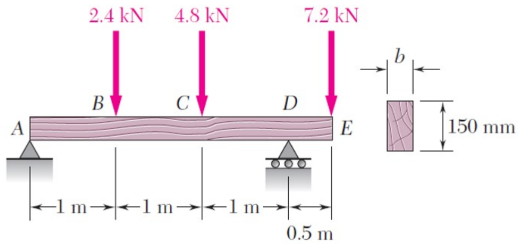
7.26 Determine el esfuerzo cortante máximo que actúa sobre la viga de fibra de vidrio, en la sección donde la fuerza cortante es máxima. Además trace la distribución del esfuerzo cortante en la sección crítica de la viga.



Resp: $\tau_{max} = 280$psi

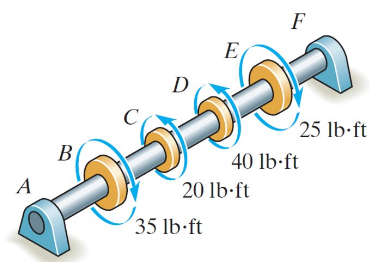
6.17 (Beer). Para la viga y las cargas que se muestran en la figura, determine la anchura mínima requerida b, si se sabe que para el grado de madera utilizado $\sigma_{perm} = 12$MPa y $\tau_{perm} = 825$kPa.

Resp: $b = 87,3$mm



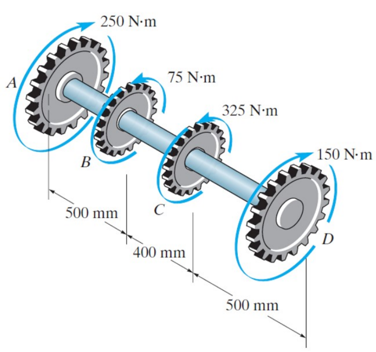
Torsión

5.7 (Hibbeler). El eje sólido tiene un diámetro de 0, 75pulgadas. Si se somete a los pares de torsión mostrados, determine el esfuerzo cortante máximo desarrollado en las regiones CD y EF del eje. Los cojinetes en A y F permiten que el eje gire con libertad.



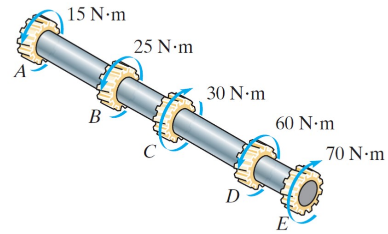
Resp: $\tau_{CD} = 2,17$ksi, $\tau_{EF} = 0$.

5.14 El eje sólido de 50 mm de diámetro se utiliza para transmitir los pares de torsión aplicados sobre los engranes. Determine el esfuerzo cortante máximo absoluto en el eje.



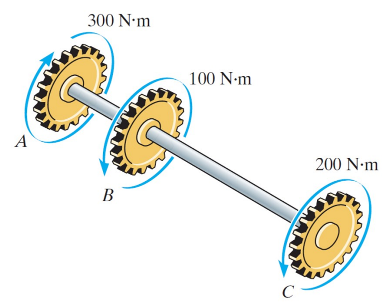
Resp: $\tau_{max} = 10,2$MPa,

5.15 El eje sólido está hecho de un material cuyo esfuerzo $\tau_{perm} = 10$MPa. Determine el diámetro requerido del eje con precisión de 1mm.



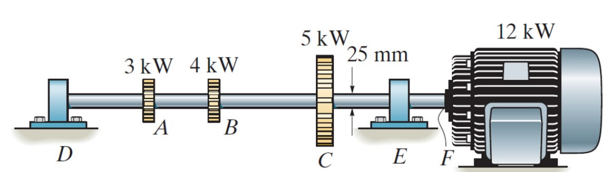
Resp: $d = 33$mm,

5.28 El eje de acero A-36 se sostiene mediante cojinetes lisos que lo permiten girar libremente. Si los engranes se someten a los pares de torsión mostrados en la figura, determine el diámetro mínimo requerido del eje con precisión de 1mm, si $\tau_{perm} = 60$MPa.



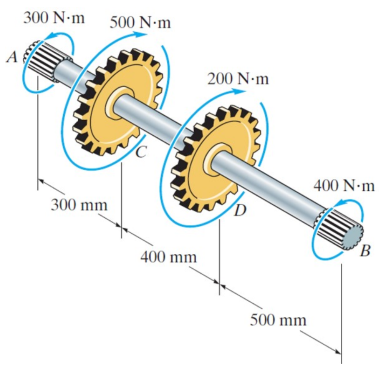
Resp: $d = 30$mm,

5.39 El eje de acero sóldio DF tiene un diámetro de 25mm y se sostiene mediante los cojinetes lisos en D y E. Está acoplado a un motor en F, el cual entrega 12kW de potencia hacia el eje en rotación de 50rev/s, si los engranajes en A,B, y C toman 3kW, 4kW y 5kW, respectivamente, determine el esfuerzo cortante máximo desarrollado en el eje.



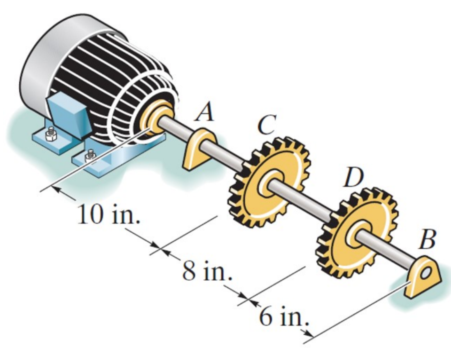
Resp: $\tau_{max} = 12,5$MPa.,

5.56 Los extremos estriados y los engranes unidos al eje de acero A-36 ($G = 75$GPa) se encuentran sometidos a los pares de torsión que se muestran en la figura. Determine el ángulo de giro del extremo B con respecto al extremo A. El eje tiene un diámetrod de 40mm.



Resp: $\theta_{BA} = 0,578°$,

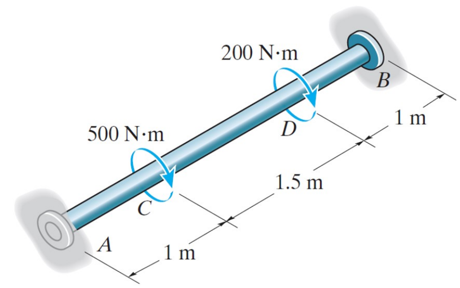
5.57 El motor entrega 40hp al eje de acero inoxidable ($G = 11(10^6)$psi), mientras gira a 20Hz. El eje se sostiene sobre cojinetes lisos en A y B, los cuales permiten rotación libre del eje. Los engranes en C y D son fijos al eje y toman 25 y 15 hp, respectivamente. Determine el diámetro del eje con una precisión de $\frac{1}{8}$ de pulg si el esfuerzo cortante admisible es de $\tau_{perm} = 8$ksi y el ángulo de giro permisible de C con respecto a D es $\theta = 0,20°$



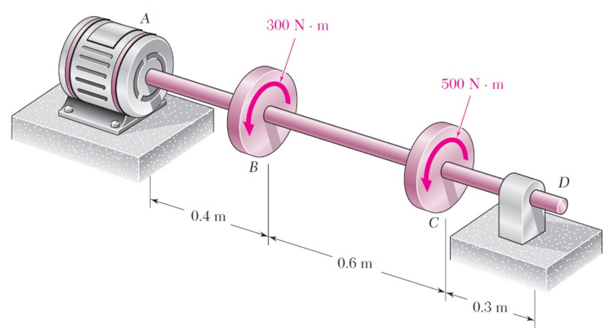
Resp: $d = 1,137 = 1\frac{1}{4}$in

5.78 El eje de acero A-36 ($G = 75$GPa) tiene un diámetro de 60mm y se encuentra fijo en sus extremos A y B. Si se somete a los pares de torsión mostrados, determine el esfuerzo cortante máximo absoluto en el eje.

Resp: $\tau_{max} = 9,77$MPa

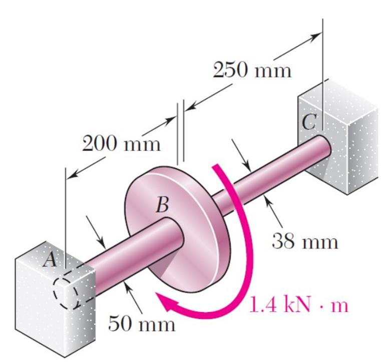


3.50 (Beer) El motor eléctrico ejerce un par de torsión de 800 N ·m sobre el eje de acero ABCD cuando gira a una velocidad constante. Las especificaciones de diseño requieren que el diámetro del eje sea uniforme desde A hasta D y que el ángulo de giro entre A y D no exceda 1,5°. Si se sabe que $\tau_{max} \leq 60$MPa y que $G = 77$GPa, determine el diámetro mínimo que puede utilizarse para el eje.



Resp: $d = 42,1$mm

3.155 Dos ejes sólidos de acero (G=77.2 GPa) están conectados a un disco de acoplamiento B y a soportes fijos en A y C. Para las cargas que se muestran, determine a) la reacción en cada soporte, b) el esfuerzo cortante máximo en el eje AB, c) el esfuerzo cortante máximo en el eje BC.



Resp: $T_A = 1105\text{N}\cdot\text{m}$, $T_C = 295\text{N}\cdot\text{m}$,
$\tau_{AB} = 45\text{MPa}$, $\tau_{BC} = 27,4\text{MPa}$

Para reportar sugerencias o errores en algunos de los problemas, se agradece notificarlo a mi correo erasmo97@gmail.com